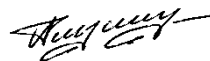


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей



А.В. Глушко

25.05.2023

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.31 Математическая статистика

1. Код и наименование специальности:

01.05.01 Фундаментальная математика и механика

2. Профиль специализации 1: Современные методы теории функций в математике и механике.

3. Квалификация выпускника: Математик. Механик. Преподаватель

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей математического факультета

6. Составители программы: доц., к.ф.-м.н. Райхельгауз Л.Б.

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета
Протокол № 0500-06 от 25.05.2023

8. Учебный год: 2025/2026

Семестр(ы): 8

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цели изучения дисциплины:

- изучение способов обработки статистических данных, полученных в результате наблюдений над случайными явлениями;
- овладение методами статистического анализа ограниченного объема данных, позволяющего восстановить с определенной степенью достоверности характеристики генеральной совокупности, принять или отбросить гипотезы о природе явления;
- приобретение навыков выработки и принятия оптимальных решений.

Задачи учебной дисциплины:

- формирование и развитие содержательной логики применения вводимых понятий и методов для решения конкретных экспериментальных и прикладных задач;
- развитие навыков применения полученных знаний на практике.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Дисциплина «Математическая статистика» относится к Блоку 1 Обязательной части, т.е. является обязательной дисциплиной для изучения обучающимися. Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим (а также параллельно изучаемым) дисциплинам: математический анализ, комплексный анализ, функциональный анализ, алгебра, дифференциальные уравнения, теория вероятностей, теория случайных процессов и др. Приступая к изучению данной дисциплины, студент должен иметь теоретическую и практическую подготовку по алгебре и началам анализа, по геометрии, т.е. владеть математическими знаниями, умениями и навыками, полученными в общеобразовательных учреждениях; кроме того необходимы глубокие знания в одном из фундаментальных разделов математики – математическом анализе.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	Знать: основные термины и утверждения, полученные в области математических и (или) естественных наук. Уметь использовать основные термины и утверждения, полученные в области математических и (или) естественных наук. Владеть основными терминами и утверждениями, полученными в области математических и (или) естественных наук.
		ОПК-1.2	Умеет использовать их в	Знать как использовать их в профессиональной деятельности.

		профессиональной деятельности.	<p>Уметь: грамотно использовать их в профессиональной деятельности.</p> <p>Владеть: источниками информации, навыками работы с литературой, информационными системами</p>
	ОПК-1.3.	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	<p>Знать методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p> <p>Уметь использовать методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний</p> <p>Владеть методами самостоятельного методов решения задач математической статистики на основе теоретических знаний.</p>

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах (в соответствии с учебным планом) — 4 /144.

Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен) 6 семестр – экзамен.

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		6 семестр	
Контактная работа	68	68	
в том числе:	лекции	34	34
	практические	-	-
	лабораторные	34	34
	курсовая работа	-	-
	контрольные работы	2	2
Самостоятельная работа	40	40	
Промежуточная аттестация	36	36	
Итого:	144	144	

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-

			курса, ЭУМК*
1. Лекции			
1.1.	Задачи математической статистики.	Статистическая модель. Вариационный, статистический ряды. Полигон. Гистограмма. Эмпирическая функция. Сходимость эмпирической функции распределения к теоретической.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6500
1.2	Выборочные характеристики	Начальные выборочные моменты. Центральные выборочные моменты. Теорема Слуцкого. Асимптотическая нормальность выборочных моментов.	
1.3.	Точечное оценивание неизвестных параметров.	Точечные оценки и их свойства, условие состоятельности, несмещенность, оптимальность. Функция правдоподобия, вклад выборки, функция информации Фишера. Улучшение оценки по достаточной статистике. Методы нахождения точечных оценок. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия.	
1.4.	Распределения, используемые в задачах математической статистики	Хи-квадрат распределение, теорема Фишера. Распределение Стьюдента, теоремы об аппроксимации. Распределение Фишера-Снедекора.	
1.5.	Интервальные оценки.	Понятие доверительного интервала, построение доверительного интервала с помощью центральной статистики. Интервальные оценки для параметров нормального распределения	
1.6.	Проверка статистических гипотез.	Критерии проверки гипотез. Общий принцип выбора критической области. Функция мощности, вероятности ошибок первого и второго рода. Параметрические гипотезы. Равномерно наиболее мощный критерий. Критерий Неймана-Пирсона. Задача проверки гипотезы о параметрах нормального распределения.	
1.7.	Модель линейной регрессии	Модель линейной регрессии. Метод наименьших квадратов. Свойства оценок наименьших квадратов. Проверка гипотезы о коэффициентах регрессии в нормальной статистической модели квадратов.	
2. Лабораторные работы			
2.1.	Задачи математической статистики.	Статистическая модель. Вариационный, статистический ряды. Полигон. Гистограмма. Эмпирическая функция. Сходимость эмпирической функции распределения к теоретической.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6500
2.2.	Выборочные ха-	Начальные выборочные моменты. Центральные вы-	

	характеристики	<p>выборочные моменты.</p> <p>Выборочная ковариация. Асимптотическая нормальность выборочных моментов. Свойство сильной состоятельности выборочных моментов.</p>	
2.3.	Точечное оценивание неизвестных параметров.	<p>Точечные оценки и их свойства, условие состоятельности, несмещенность, оптимальность.</p> <p>Функция правдоподобия, вклад выборки, функция информации Фишера.</p> <p>Улучшение оценки по достаточной статистике. Методы нахождения точечных оценок. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия.</p>	
2.4.	Распределения, используемые в задачах математической статистики	<p>Хи-квадрат распределение, теорема Фишера.</p> <p>Распределение Стюдента, теоремы об аппроксимации.</p>	
2.5.	Интервальные оценки.	<p>Понятие доверительного интервала, построение доверительного интервала с помощью центральной статистики. Интервальные оценки для параметров нормального распределения</p> <p>Контрольная работа №1</p>	
2.6.	Проверка статистических гипотез.	<p>Критерии проверки гипотез. Общий принцип выбора критической области.</p> <p>Функция мощности, вероятности ошибок первого и второго рода. Параметрические гипотезы.</p> <p>Равномерно наиболее мощный критерий. Критерий Неймана-Пирсона. Задача проверки гипотезы о параметрах нормального распределения.</p>	
2.7.	Модель линейной регрессии	<p>Модель линейной регрессии. Метод наименьших квадратов. Свойства оценок наименьших квадратов.</p> <p>Проверка гипотезы о коэффициентах регрессии в нормальной статистической модели квадратов.</p>	
		Контрольная работа № 2	
3. Самостоятельная работа			
3.1.	Задачи математической статистики.	<p>Статистическая модель. Вариационный, статистический ряды. Полигон. Гистограмма.</p> <p>Эмпирическая функция. Сходимость эмпирической функции распределения к теоретической.</p>	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6500
3.2.	Выборочные ха-	Начальные выборочные моменты. Центральные вы-	

	характеристики	<p>борочные моменты.</p> <p>Выборочная ковариация. Асимптотическая нормальность выборочных моментов. Свойство сильной состоятельности выборочных моментов.</p>
3.3.	Точечное оценивание неизвестных параметров.	<p>Точечные оценки и их свойства, условие состоятельности, несмещенность, оптимальность. Функция правдоподобия, вклад выборки, функция информации Фишера.</p> <p>Улучшение оценки по достаточной статистике. Методы нахождения точечных оценок. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия.</p>
3.4.	Распределения, используемые в задачах математической статистики	<p>Хи-квадрат распределение, теорема Фишера.</p> <p>Распределение Стьюдента, теоремы об аппроксимации.</p>
3.5.	Интервальные оценки.	Понятие доверительного интервала, построение доверительного интервала с помощью центральной статистики. Интервальные оценки для параметров нормального распределения.
3.6.	Проверка статистических гипотез.	Критерии проверки гипотез. Общий принцип выбора критической области. Функция мощности, вероятности ошибок первого и второго рода. Параметрические гипотезы. Равномерно наиболее мощный критерий. Критерий Неймана-Пирсона. Задача проверки гипотезы о параметрах нормального распределения.
3.7.	Модель линейной регрессии	Модель линейной регрессии. Метод наименьших квадратов. Свойства оценок наименьших квадратов. Проверка гипотезы о коэффициентах регрессии в нормальной статистической модели квадратов.

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Задачи матстатистики. Основные понятия и определения.	4	0	4	4	12
2	Выборочные характеристики.	4	0	4	4	12
3	Точечное оценивание неизвестных параметров.	6	0	4	8	18
4	Распределения, используемые в задачах математической статистики	4	0	4	8	16

5	Интервальное оценивание.	4	0	4	6	14
6	Проверка статистических гипотез.	6	0	6	6	18
7	Модель линейной регрессии,	6	0	8	4	18
	Итого:	34	0	34	40	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Преподавание дисциплины заключается в чтении лекции и проведении практических занятий. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Теория вероятностей» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

3. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке.

Освоение дисциплины предполагает не только обязательное посещение обучающимся аудиторных занятий (лекций и практических занятий) и активную работу на них, но и самостоятельную учебную деятельность в семестрах, на которую отводится 40 часов.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Математическая статистика» предполагает изучение рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам лекционных и практических занятий (приведены выше), самостоятельное освоение понятийного аппарата и подготовку к текущим аттестациям (коллоквиумам и выполнению практических заданий) (примеры см. ниже).

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математиче-

ским аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям (8 семестр – экзамен)

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольной работы и практических заданий) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации (8 семестр – экзамен).

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
01	Буре, В. М. Теория вероятностей и математическая статистика : / Буре В. М., Парилина Е. М. — Москва : Лань, 2013 .— Допущено УМО по классическому университетскому образованию в качестве учебника для студентов вузов, обучающихся по направлениям ВПО 010400 — «Прикладная математика и информатика» и 010300 — «Фундаментальная информатика и информационные технологии» .— ISBN 978-5-8114-1508-3 .— <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=10249 >.
02	Миносцев, В. Б. Курс математики для технических высших учебных заведений. Часть 4. Теория вероятностей и математическая статистика : / Миносцев В.Б., Пушкарёв Е.А., Берков Н.А., Мартыненко А.И. — Москва : Лань", 2013 .— Допущено НМС по математике Министерства образования и науки РФ в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по инженерно-техническим специальностям .— ISBN 978-5-8114-1561-8 .— <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=32817 >.
03	Горлач, Б. А. Теория вероятностей и математическая статистика : / Горлач Б.А. — Москва : Лань, 2013 .— ISBN 978-5-8114-1429-1 .— <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=4864 >.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
06	Боровков Александр Алексеевич. Математическая статистика [Текст] : учеб. / А. А. Боровков .— Москва : Лань, 2010 .— 704 с. — (Лучшие классические учебники) .— .— ISBN 978-5-8114-1013-2 : 669.90 .— <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=3810 >.
07	Туганбаев, Аскар Аканович. Теория вероятностей и математическая статистика : / А. А. Туганбаев, В. Г. Крупин .— Москва : Лань, 2011 .— 223 с. : ил. ; 21 .— (Учебники для вузов, Специальная литература) .— .— Библиогр.: с. 221 (9 назв.) .— ISBN 978-5-8114-1079-8 .— <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=652 >.
08	Флегель, Александр Валерьевич. Пособие по решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : [учебное пособие] : [для студ. 2 к. днев. отд-ния фак. компьютер. наук направлений: 09.03.02 -Информ. системы и технологии; 09.03.03 - Приклад. информатика; 09.03.04 - Программная инженерия; 02.03.01 - Математика и компьютер. науки]. Ч. 1. Теория вероятностей / А.В. Флегель, Е.А. Сирота, А.Ф. Клиных ; Воронеж. гос. ун-т ; Воронеж. гос. ун-т .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015 .— Загл. с титула экрана .— Электрон. версия печ. публикации .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовый файл .— Windows 2000; Adobe Acrobat Reader .— <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-204.pdf >.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Источник
1	Полнотекстовая база «Университетская библиотека» – образовательный ресурс. – <URL: http://www.biblioclub.ru >.
2	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – (http // www.lib.vsu.ru/).

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
-------	----------

01	<u>Буре, В. М.</u> Теория вероятностей и математическая статистика : / Буре В. М., Парилина Е. М. — Москва : Лань, 2013 .— Допущено УМО по классическому университетскому образованию в качестве учебника для студентов вузов, обучающихся по направлениям ВПО 010400 — «Прикладная математика и информатика» и 010300 — «Фундаментальная информатика и информационные технологии» .— ISBN 978-5-8114-1508-3 .— <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=10249 >.
02	<u>Миносцев, В. Б.</u> Курс математики для технических высших учебных заведений. Часть 4. Теория вероятностей и математическая статистика : / Миносцев В.Б., Пушкарёв Е.А., Берков Н.А., Мартыненко А.И. — Москва : Лань", 2013 .— Допущено НМС по математике Министерства образования и науки РФ в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по инженерно-техническим специальностям .— ISBN 978-5-8114-1561-8 .— <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=32817 >.
03	<u>Горлач, Б. А.</u> Теория вероятностей и математическая статистика : / Горлач Б.А. — Москва : Лань, 2013 .— ISBN 978-5-8114-1429-1 .— <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=4864 >.
04	<u>Баркова Л.Н.</u> Математическая статистика. Компьютерный практикум : учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сост.: Л.Н. Баркова, С.А. Ткачева .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2007 .— 47 с. : ил .— Библиогр.: с.46 .— <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/may07200.pdf >

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3460>). Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linex, Microsoft, Windows Office, LibreOffice 5, *Calc*, *Math*, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория со специализированной мебелью для проведения занятий лекционного и семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации (394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, пом. I)

Компьютерный класс со специализированной мебелью, маркерной доской, персональными компьютерами (394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, пом. I)

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
-------	--	----------------	-------------------------------------	--------------------

1	Задачи математической статистики. Основные понятия и определения.	ОПК-1	ОПК – 1.1, ОПК – 1.2, ОПК – 1.3	Промежуточная аттестация – экзамен, Контрольная работа 1, контрольно-измерительные материалы к экзамену
2	Выборочные характеристики.	ОПК-1	ОПК – 1.1, ОПК – 1.2, ОПК – 1.3	Промежуточная аттестация – экзамен, Контрольная работа 1, контрольно-измерительные материалы к экзамену
3	Точечное оценивание неизвестных параметров.	ОПК-1	ОПК – 1.1, ОПК – 1.2, ОПК – 1.3	Промежуточная аттестация – экзамен, Контрольная работа 2, контрольно-измерительные материалы к экзамену
4	Распределения, используемые в задачах математической статистики	ОПК-1	ОПК – 1.1, ОПК – 1.2, ОПК – 1.3	Промежуточная аттестация – экзамен, Контрольная работа 2, контрольно-измерительные материалы к экзамену
5	Интервальное оценивание.	ОПК-1	ОПК – 1.1, ОПК – 1.2, ОПК – 1.3	Промежуточная аттестация – экзамен, Контрольная работа 2, контрольно-измерительные материалы к экзамену
6	Проверка статистических гипотез.	ОПК-1	ОПК – 1.1, ОПК – 1.2, ОПК – 1.3	Промежуточная аттестация – экзамен, Контрольная работа 2, контрольно-измерительные материалы к экзамену
7	Модель линейной регрессии	ОПК-1	ОПК – 1.1, ОПК – 1.2, ОПК – 1.3	Промежуточная аттестация – экзамен, Контрольная работа 2, контрольно-измерительные материалы к экзамену
Промежуточная аттестация Форма контроля - экзамен				Перечень вопросов к экзамену

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: контрольная работа 1, контрольная работа 2

Примерный комплект заданий для контрольной работы №1

1. Для выборки построить вариационный ряд, вычислить выборочные характеристики, построить функцию эмпирического распределения, гистограмму частот. Измерена максимальная емкость 20 подстроечных конденсаторов и результаты измерения (в пикофарадах) приведены в таблице:

№ реализации	Элементы выборки (ошибки измерения в пф.)
--------------	---

1	4,40	4,31	4,40	4,40	4,65	4,66	4,56	4,71	4,54
	4,36	4,56	4,31	4,42	4,56	4,45	4,54	4,69	4,50
2	4,38	4,38	4,47	4,34	4,55	4,43	4,58	4,41	4,43
	4,56	4,46	4,72	4,47	4,48	4,55	4,34	4,51	4,52
3	4,44	4,37	4,44	4,42	4,60	4,61	4,49	4,70	4,53
	4,66	4,43	4,31	4,52	4,50	4,48	4,55	4,39	4,51

2. Для выборки построить вариационный ряд, вычислить выборочные характеристики, построить функцию эмпирического распределения, гистограмму частот. Продолжительность работы электронных ламп одного типа (в часах) приведена в таблице:

№ реализации	Время работы (в час.)								
	1	13,4	14,7	15,2	15,1	8,8	14,0	17,9	15,1
	14,2	16,3	14,6	11,7	15,1	17,6	14,1	18,8	11,6
2	16,6	18,0	12,4	17,2	14,5	16,3	13,7	15,5	14,0
	13,9	11,3	10,7	16,9	15,8	16,1	12,3	14,9	14,7

Примерный комплект заданий для контрольной работы №2

- Показать, что случайная величина $\xi_i = \frac{x_i - a}{\sigma}$ распределена по стандартному нормальному закону (a - математическое ожидание, σ^2 - дисперсия, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ - реализация выборки случайной величины x , распределенной по нормальному закону с параметрами a и σ)
- Показать, что выборочный начальный момент 1-го порядка случайной величины ξ сходится по вероятности к теоретическому начальному моменту соответствующего 1-го порядка
- Найти $M[\bar{X}], D[\bar{X}]$, где $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ - выборочное среднее случайной величины ξ , $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ - выборка объема n значений случайной величины ξ

Примерный комплект заданий для самостоятельной работы

Задание 1. Дана выборка выручки магазина за последние 30 дней.

- Составить интервальный ряд распределения.
- Найти вариационный размах, выборочные медиану и моду.
- Найти выборочные среднюю, исправленную дисперсию, коэффициент вариации.
- Найти выборочные коэффициенты асимметрии и эксцесса.
- Построить гистограмму, полигон, кумуляту.
- Найти 95% доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии.

ж) Проверить при $\alpha = 0,05$ статистическую гипотезу о том, что генеральная совокупность, представленная выборкой, имеет нормальный закон распределения.

Вариант	Выборка														
1.	18	19	21	18	16	19	18	16	17	18	15	22	18	17	22
	14	19	16	14	14	22	14	21	18	16	12	19	18	18	15

Задание 2. Имеется выборка прибыли коммерческой фирмы за 14 недель до (x_i) и после (y_i) проведения новой экономической политики. На уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить гипотезу о том, что введение новой экономической политики в среднем привело к увеличению производительности

а) если производительность распределена нормально;

б) если производительность имеет неизвестный не нормальный закон распределения.

Вариант	Выборка														
1	x	21	32	26	34	25	33	31	32	28	33	28	34	27	26
	y	27	26	35	32	34	33	32	19	25	31	25	30	30	28

Задание 3. Некоторая фирма, производящая товар, хочет проверить, эффективность рекламы этого товара. Для этого в 10 регионах, до этого имеющих одинаковые средние количества продаж, стала проводиться разная рекламная политика и на рекламу начало выделяться x_i денежных средств. При этом фиксировалось число продаж y_i . Предполагая, что для данного случая количества продаж пропорциональны расходам на рекламу, необходимо:

а) Изобразить эмпирическую линию регрессии.

б) В соответствии с методом наименьших квадратов найти уравнение линейной регрессии $y = ax + b$, построить его график.

в) Найти выборочный коэффициент корреляции r .

г) Проверить по критерию Стьюдента с доверительной вероятностью $p = 0,95$ гипотезу о равенстве коэффициента корреляции r нулю.

д) Используя преобразование Фишера, проверить гипотезу о равенстве коэффициента корреляции r нулю.

е) Сделать прогноз для случая расходов на рекламу, равных 5 млн. руб. и 6 млн. руб.

ж) Построить график остатков, по нему сделать вывод об адекватности регрессионной модели.

Вариант	Расходы на рекламу x_i , млн. р. (одинаковое для всех вариантов)										
	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	
	Количества продаж y_i , тыс. ед. (по вариантам)										
1.	12,3	16,3	16,4	16,0	18,5	17,3	20,0	19,5	19,0	19,7	

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

К основным формам текущего контроля можно отнести устный опрос, проверку домашних заданий, контрольные работы.

Задание для текущего контроля и проведения промежуточной аттестации должны быть направлены *на оценивание*:

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;

2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.

3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучающихся и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольной работы, проверкой конспектов лекций, периодическим опросом слушателей на занятиях. При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено» и «незачтено».

Описание технологии проведения

Контрольные работы проводятся письменно.

Требование к выполнению заданий

Контрольная работа

За контрольную работу ставится оценка «зачтено», в случае, если обучающийся выполнил:

- правильно в полном объеме все задания контрольной работы, показал отличные владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного материала;

- обучающийся выполнил все задания с небольшими неточностями и показал хорошие владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного материала;

- обучающий выполнил половину из предложенных заданий правильно, остальные с существенными неточностями и показал удовлетворительное владение навыками полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного материала.

В остальных случаях обучающемуся ставится за контрольную работу «незачтено».

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Ес-

ли у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня. На контрольную работу в дистанционном режиме отводится ограничение по времени 240 минут.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Теория вероятностей» проводится в форме экзамена.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины. Промежуточная аттестация помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений, в некоторых случаях – даже формирование определенных профессиональных компетенций. На экзамене оценивается уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Описание технологии проведения

На экзамене студент вытягивает билет, который содержит два теоретических вопроса и один практический. Все вопросы и задачи, входящие в билеты, охватывают весь материал, изучаемый за весь семестр.

Примерный перечень вопросов и задач для промежуточной аттестации

1. Эмпирическая функция распределения и ее свойства
2. Статистические гипотезы. Критерии. Общий принцип выбора критической области
3. Найти $M[\bar{X}], D[\bar{X}]$, где $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ - выборочное среднее случайной величины ξ , $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ - выборка объема n значений случайной величины ξ

1. Доверительный интервал для неизвестной дисперсии при известном математическом ожидании случайной величины ξ , распределенной по нормальному закону.
2. Критерий согласия Колмогорова.

3. В опыте зарегистрированы значения $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$. Методом наименьших квадратов подобрать параметры параболы $y = ax^2 + bx + c$, соответствующей наблюдаемой экспериментальной зависимости

4. Доверительный интервал для неизвестного среднего при известной дисперсии для случайной величины, распределенной по нормальному закону

5. Критерий χ^2 (Пирсона)

6. Показать, что выборочный начальный момент 1-го порядка случайной величины ξ сходится по вероятности к теоретическому начальному моменту соответствующего 1-го порядка

Требование к выполнению заданий

Критерии выставления оценок:

Оценки	Критерии
Отлично	обучающийся показывает высокий интеллектуальный и общекультурный уровень, глубокое и всестороннее знание предмета, на все вопросы билета даны правильные исчерпывающие ответы, приведены доказательства обучающийся аргументировано и логично излагает материал, правильно решает все предложенные практические задания; дополнительные вопросы не вызывают затруднений
Хорошо	обучающийся показывает свой интеллектуальный и общекультурный уровень, твердо знает предмет учебной дисциплины, логично излагает изученный материал, умеет применять теоретические знания для решения практических задания, на вопросы билеты получены полные и верные ответы, приведено доказательство, но есть небольшие неточности в формулировках и затруднения при ответе на дополнительные вопросы
Удовлетворительно	обучающийся показывает свой общекультурный уровень, в основном знает предмет учебной дисциплины, знает основные определения и термины, имеет определенные знания предмета, практические задания решить не может, также не может привести доказательства.
Неудовлетворительно	степень освоения учебной дисциплины обучаемым не соответствует критериям, предъявляемым к оценке «удовлетворительно»

20.3 Фонд оценочных средств форсированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ.

ОПК-1. Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики.

Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Test1

Реализацией выборки $\vec{x} = (x_1, \dots, x_6)$ являются следующие данные: -1,5; 2,6; 1,2; -2,1; 1,0; 9,0. Размах выборки равен ...

Решение.

Запишем вариационный ряд: -2,1; -1,5; 1,0; 9,0; 1,2; 2,6. Размах выборки равен:

$$2,6 - (-2,1) = 4,7.$$

Ответ

4,7

Test2

Реализацией выборки $\vec{x} = (x_1, \dots, x_6)$ являются следующие данные: -15; 36; 24; -11; 3; 9. Запишите значение 2-ой порядковой статистики

Решение.

Запишем вариационный ряд: -15; -11; 3; 9; 24; 36. k -ой порядковой статистикой $x_{(k)}$ называется k -й элемент вариационного ряда, то есть $x_{(2)} = -11$.

Ответ

-11

Test3

Дана выборка из распределения случайной величины:

-4, -9, -3, 5, 0, 12, 0, -6, 2, 10.

Состоятельная оценка неизвестного среднего равна ...

Решение.

Статистика θ_n является состоятельной оценкой параметра θ тогда и только тогда, когда для любого положительного числа ε справедливо предельное соотношение

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\{|\theta_n - \theta| > \varepsilon\} = 0.$$

Из закона больших чисел следует, что $\theta_n = \bar{x}_n$ является состоятельной оценкой

$$\theta = M(X)$$

Состоятельную оценку неизвестного среднего в выборке объема 10 находим по

формуле: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, таким образом:

$$\bar{x} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = \frac{1}{10} (-4 - 9 - 3 + 5 + 0 + 12 + 0 - 6 + 2 + 10) = 0,7.$$

Ответ:0,7

Test4

Дана выборка из нормального распределения случайной величины:

-2, -8, -4, 6, 0, 14, 8, -6, 2, 10.

Эффективная оценка неизвестного среднего равна ...

Решение.

Эффективную оценку неизвестного среднего в выборке из нормального рас-

пределения объема 10 находим по формуле: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, таким образом:

$$\bar{x} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = \frac{1}{10} (-2 - 8 - 4 + 6 + 0 + 14 + 8 - 6 + 2 + 10) = 2.$$

Ответ:2**Test5**

По выборке объема $n = 25$ найдена смещенная оценка $D_x = 48$. Чему равно значение несмещенной оценки?

Решение.

Смещенная оценка дисперсии определяется формулой $D_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$. Не-

смещенную оценку дисперсии генеральной совокупности получим путем

умножении D_x на коэффициент смещения $D_x^* = \frac{n}{n-1} D_x$

$$D_x^* = \frac{25}{24} \cdot 48 = 50.$$

Ответ: 50.**Задачи на соответствие !Test6-10**

- (2 балла – все соответствия определены верно;
- за каждое верное сопоставление ставится количество баллов, равное максимальному (2 балла), деленному на количество предлагаемых в вопросе сопоставлений;
- 0 баллов – ни одно сопоставление не выбрано верно.

!Task6

Установите соответствие между понятиями вероятности ошибки первого и второго рода и правилом (статистическим критерием), по которому статистическая гипотеза H_0 отклоняется или принимается:

Вероятность допустить ошибку первого рода	отклонение основной(нулевой) гипотезы H_0 , которая в действительности
---	--

	является верной;
Вероятность допустить ошибку второго рода	принятие основной(нулевой) гипотезы H_0 , когда она неверна (отклонение альтернативной гипотезы, которая в действительности является верной);
Мощность критерия	вероятность не допустить ошибку второго рода, т.е. отвергнуть гипотезу H_0 , когда она неверна.
	критическая область

!Task7

Установить соответствие между выбором решения о принятии или отклонении основной гипотезы и неравенствами, определяющими критические области:

Критическая область для проверки гипотезы H_0 имеет вид $(K_{кр}, +\infty)$. Гипотеза будет отвергнута, если	$K_{набл} > K_{кр}$.
Критическая область для проверки гипотезы H_0 имеет вид: $(-\infty, K_{кр})$. Гипотеза будет отвергнута, если	$K_{набл} < K_{кр}$.

Область принятия гипотезы H_0 имеет вид $(-K_{кр}, K_{кр})$. Гипотеза H_0 будет принята, если:	$ K_{набл} < K_{кр}$.
	$K_{набл} = K_{кр}$

!Task8

Установить соответствие о корреляционной зависимости случайных величин X , Y и их выборочным коэффициентом корреляции:

1. Если признак Y с признаком X , корреляционной зависимостью не связаны, то коэффициент корреляции r_{xy} равен	$r_{xy} = 0$
Если связь между признаками X и Y обратная линейная, то коэффициент корреляции r_{xy} равен	$r_{xy} = -1$
Если связь между признаками X и Y прямая линейная, то коэффициент корреляции r_{xy} равен	$r_{xy} = 1$
	$r_{xy} = -3$

--	--

!Task9

Уравнение регрессии X на Y имеет вид: $x_y = 0,6y + 16,7$, где X - величина основных производственных фондов предприятий (ОПФ в млн. руб.) и Y - суточная выработка продукции (тонн) на предприятии. Коэффициент корреляции между признаками $r = 0,9$, средний объем суточной выработки продукции равен 18 тонн. Установить соответствие между величиной основных производственных фондов (ОПФ) для предприятий и суточной выработкой продукции.

ОПФ(млн. руб.)	суточная выработка продукции(тонн)
25	14,675
35	28,125
30	21,375
	23,125

Решение.

Из уравнения регрессии X на Y коэффициент регрессии b_{xy} равен 0,6. Находим

коэффициент регрессии Y на X b_{yx} по формуле $b_{yx} = \frac{r^2}{b_{xy}} = \frac{0,9^2}{0,6} = 1,35$. Среднее

значение ОПФ находим по заданному уравнению регрессии:

$\bar{x} = 0,6 \cdot \bar{y} + 16,7 = 0,6 \cdot 18 + 16,7 = 10,8 + 16,7 = 27,5$ (млн. руб.). Получим уравнение

регрессии Y на X (тонн): $y_x - \bar{y} = b_{yx}(x - \bar{x})$, $y_x - 18 = 1,35(x - 27,5)$ т.е.

$$y_x = 1,35x - 19,125$$

Таким образом:

1. $y_x = 1,35 \cdot 25 - 19,125 = 14,625$;
2. $y_x = 1,35 \cdot 35 - 19,125 = 28,125$;
3. $y_x = 1,35 \cdot 30 - 19,125 = 21,375$

!Task10

Зависимость между объемом продукции Y (млн. руб.) и численностью работающих X (тыс. чел.) для предприятий нефтедобывающей отрасли описывается уравнением парной линейной регрессии: $y_i = b_1 x_i + b_0 = 3x_i + 20,5$.

Установите соответствие прогноза выработки среднего объема продукции при различной сезонной численности работающих на предприятиях:

При численности работающих в июне - 3 тыс. чел. составит	29,5 млн. руб.;
При численности работающих в сентябре - 5 тыс. чел. составит	35,5 млн. руб.;
При увеличении численности работающих в декабре месяце по сравнению с июнем на 1,5 тыс. чел. составит	34 млн. руб.;
	32,5 млн. руб.

Решение. Зависимость между объемом продукции Y (млн. руб.) и численностью работающих X (тыс. чел.) для предприятий нефтедобывающей отрасли описывается уравнением парной линейной регрессии

$y_i = b_1x_i + b_0 = 3x_i + 20,5 \quad i = 1, 2, 3$. Для определения прогноза выработки среднего объема продукции при различной численности работающих на предприятиях подставляем значения числа работников(тыс. чел.) в уравнение регрессии:

1. для $x_1=3$, получим: $y_1 = 3 \cdot 3 + 20,5 = 29,5$ млн. руб.;
2. для $x_2=5$, получим: $y_2 = 3 \cdot 5 + 20,5 = 35,5$ млн. руб.;
3. при увеличении дохода на 1,5 тыс. руб. получим: $y_3 = 3 \cdot 4,5 + 20,5 = 34$ млн. руб.

!End

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).